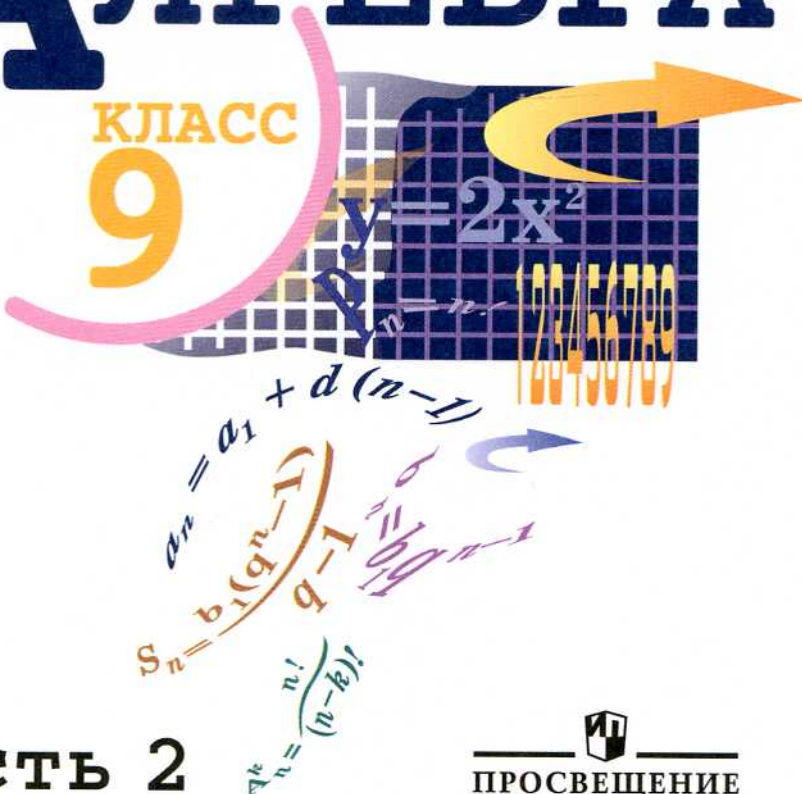


Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

Рабочая
тетрадь
АЛГЕБРА

КЛАСС

9


$$y = -2x^2$$

$$y_n = n$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$S_n = b_1(q^n - 1) / (q - 1)$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Часть 2


ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

АЛГЕБРА

Рабочая
тетрадь

9

КЛАСС

Пособие для учащихся
общеобразовательных
организаций

В двух частях

Часть 2

2-е издание

Москва
«Просвещение»
2014

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72
М61

Рабочая тетрадь является частью учебно-методического комплекта по алгебре авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой под редакцией С. А. Теляковского.

ISBN 978-5-09-031721-4 (2)
ISBN 978-5-09-031720-7 (общ.)

© Издательство «Просвещение», 2013
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2013
Все права защищены

Предисловие

Данная работа является дополнением к учебнику «Алгебра, 9» авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой под редакцией С. А. Теляковского (15-е, доработанное, и последующие издания).

В рабочую тетрадь входит 30 работ, составленных ко всем пунктам учебника, за исключением дополнительных пунктов под рубрикой «Для тех, кто хочет знать больше». Каждая работа состоит из двух разделов, помеченных цифрами I и II. В первом разделе содержатся несложные задания, способствующие усвоению вводимых понятий и алгоритмов, формированию фундаментальных умений, установлению связей нового материала с ранее изученным. Во второй раздел включены более сложные задания, решение многих из которых требует свободного владения сформированными знаниями и умениями, проявления интеллектуальной гибкости и подвижности.

Представленные в рабочей тетради упражнения разнообразны по форме предъявления. Учащимся предлагается закончить начатое решение, установить некоторое соответствие, проиллюстрировав его с помощью стрелок, выбрать верный ответ, обведя кружком соответствующий номер, и т. п. Наличие подготовленных таблиц, вычерченной системы координат, некоторых пояснений к составлению уравнений или систем уравнений и т. п. создаёт предпосылки для интенсификации учебного процесса.

Рабочая тетрадь предоставляет широкие возможности для организации работы учащихся в классе и дома.

**14. УРАВНЕНИЕ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ
И ЕГО ГРАФИК****I**

1. Найдите два каких-нибудь решения уравнения:

- а) $x + 5y = 6$; б) $2x^2 - xy = 5$;
в) $x^3 - 2y = 0$; г) $x^2 + y^2 = 49$.

.....
.....
.....

Ответ: а) б) в) г)

2. Является ли пара чисел $(2; -5)$ решением уравнения:

- а) $x^4 + xy - 6 = 0$; б) $x^2 - 2y^2 - 16 = 0$;
в) $x^3 + 2xy = 12$; г) $y^2 - 3x^3 = 1$?

.....
.....
.....

Ответ: а) б) в) г)

3. Какова степень уравнения:

- а) $5x^4 - 2y^3 = 3x^2(y^3 + 7) - y^5$;
б) $(x + 3y)^2 - x^2 - 8x^3y + 4x^2(2xy - 1) = 0$?

.....
.....

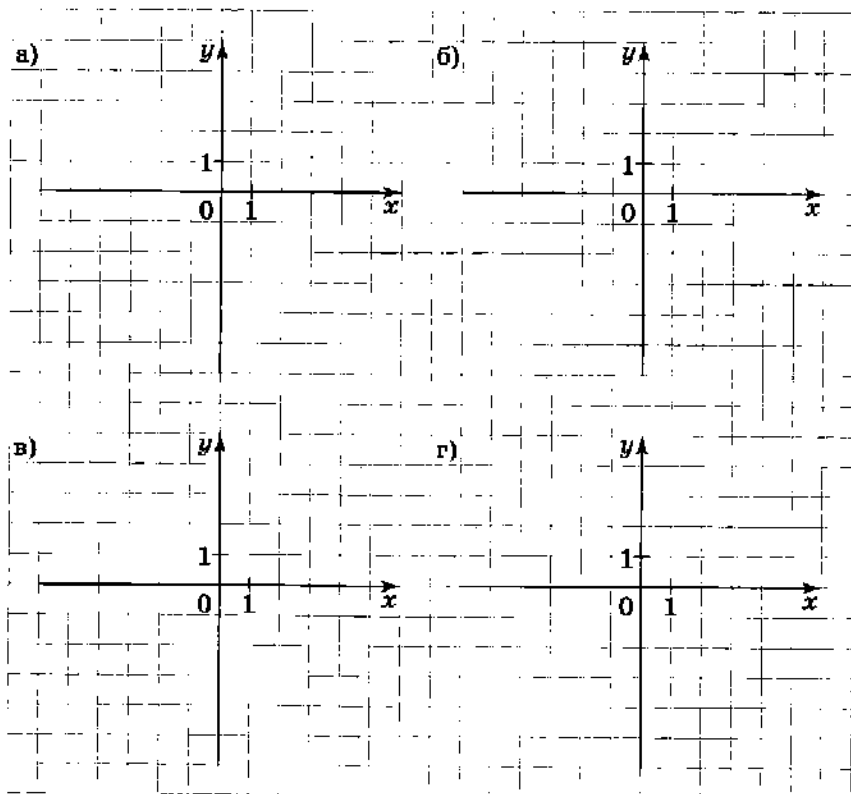
Ответ: а) б)

4. Составьте какое-нибудь уравнение четвёртой степени с двумя переменными, решением которого является пара чисел $(-1; 4)$.

Ответ:

5. Постройте график уравнения:

а) $x - y = 5$; б) $|y| = 1$; в) $(x + 2)(y - 3) = 0$; г) $x^2 + y^2 = 9$.



Укажите координаты двух каких-либо точек, принадлежащих этому графику.

Ответ: а) б)

в) г)

6. Запишите уравнение окружности с центром в начале координат, если известно, что она проходит через точку:

- а) $A(2; 6)$; б) $B(0; 4)$; в) $C(-1; -5)$;
г) $D(\sqrt{3}; -2)$; д) $E(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$; е) $F(-\sqrt{7}; 4)$.

Ответ: а) б)
в) г)
д) е)

7. В каких точках график уравнения $(x - 7)^2 + (y - 5)^2 = 50$ пересекает оси координат?

Решение. График пересекает ось x в точках, ординаты которых равны нулю:

$$(x - 7)^2 + (0 - 5)^2 = 50;$$

График пересекает ось y в точках, абсциссы которых равны нулю:

$$(0 - 7)^2 + (y - 5)^2 = 50;$$

Ответ: график пересекает ось x в точках
график пересекает ось y в точках

8. Покажите с помощью стрелок, какая из указанных линий является графиком уравнения.

$$y = x^2 - 4$$

$$y - 4 = x + 4$$

$$y^2 = 9 - x^2$$

Окружность

Прямая

Парабола

$$x^2 - y = 26$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$x + y = 26$$

9. Найдите все целые решения уравнения:

а) $xy = 5$; б) $x^2 + y^2 = 16$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а)

б)

10. Какая линия является графиком уравнения:

а) $xy = 16$; б) $x = 16 - y$;

в) $y^2 = 16 - x^2$; г) $y - x^2 = 16$?

Ответ: а) б)

в) г)

II

11. Докажите, что графиком уравнения $x(x+4)+y(y-6)=23$ является окружность. Укажите длину её радиуса и координаты центра $C(a; b)$.

.....

.....

.....

Ответ:

12. Докажите, что графиком уравнения $y-3x^2=8-12(x-1)$ является парабола. Укажите координаты её вершины.

.....

.....

.....

Ответ:

13. Составьте уравнение окружности с центром в точке $(6; 11)$, если известно, что она касается:
- а) оси x ; б) оси y .

.....

.....

Ответ:

14. При каких значениях m окружность $(x+2)^2+(y+m)^2=25$ проходит через точку:
- а) $C(-7; 4)$; б) $A(-2; 6)$; в) $B(1; -1)$; г) $D(0; 0)$?

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в) г)

15. Постройте график уравнения:

а) $y + 6x = x^2 + 9$;

б) $2xy - 5y + x - 2,5 = 0$;

в) $x^2 + 4y - 10x + y^2 + 13 = 0$.

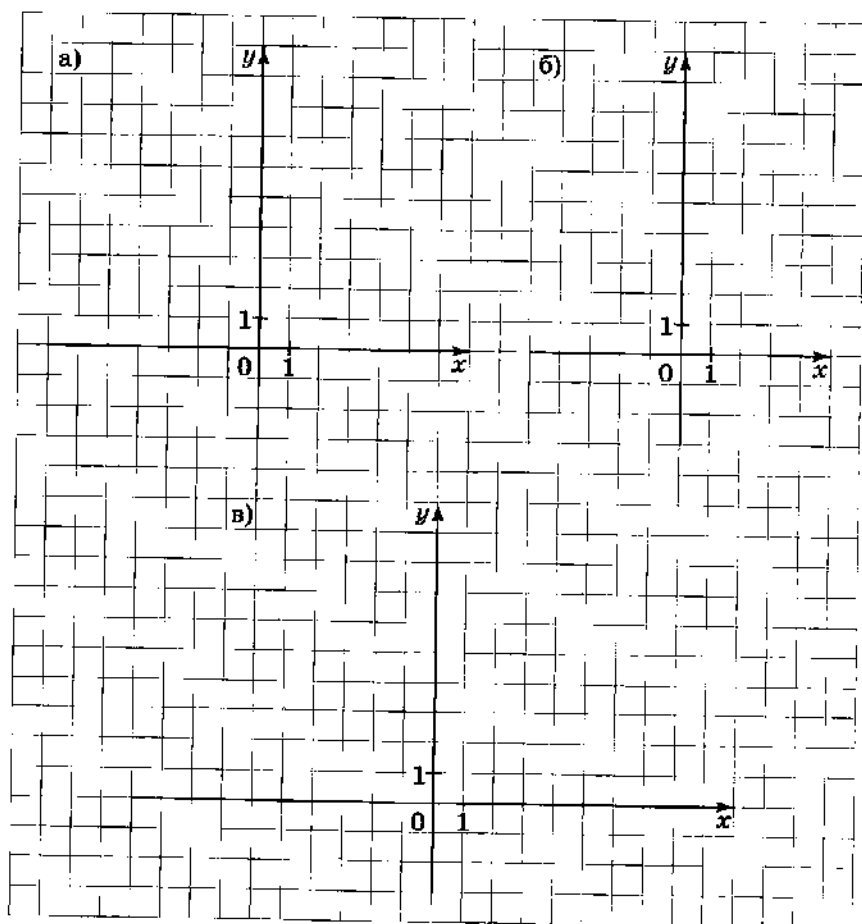
.....

.....

.....

.....

.....



16. Что является графиком уравнения

$$\frac{(x-y)^2}{2} + y(x-4) + 2(y+1) = 18?$$

Выберите верный ответ.

1. Парабола 2. Гипербола 3. Окружность 4. Пара прямых

17. Найдите целые решения уравнения:

а) $xy + y^2 = 5$; б) $x^2 - y^2 = 7$; в) $xy - 2y^2 = 3$.

Решение. а) Представим данное уравнение в виде $y(x+y)=5$. Уравнение имеет целые решения, если один из множителей равен -1 или 1 , а другой равен соответственно -5 или 5 . Имеем четыре системы уравнений:

Ответ: а)

б)

B)

15. ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

I

1. Является ли решением системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 2xy = 7, \\ 5x + 3y = 4 \end{cases}$ пара чисел:
 а) $(1; -3)$; б) $(2; 3)$?

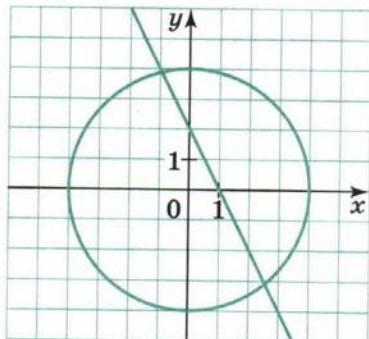
Ответ: а) б)

2. Для графического решения одной из указанных систем уравнений построены графики, изображённые на рисунке. Выберите эту систему.

а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ 2x - y = 2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y - 2x = 2; \end{cases}$

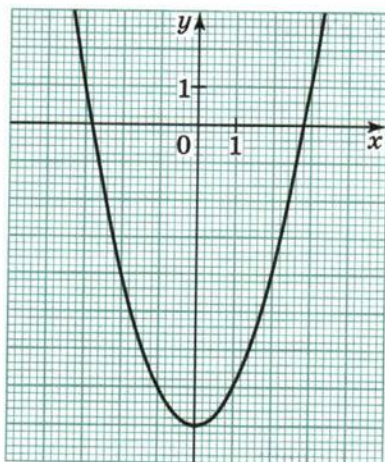
в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ 2x + y = 2. \end{cases}$



3. На рисунке изображён график уравнения $x^2 - y - 8 = 0$. Постройте на этом же рисунке график уравнения $2x + y = -5$ и найдите множество решений системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 - y - 8 = 0, \\ 2x + y = -5. \end{cases}$$

x		
y		

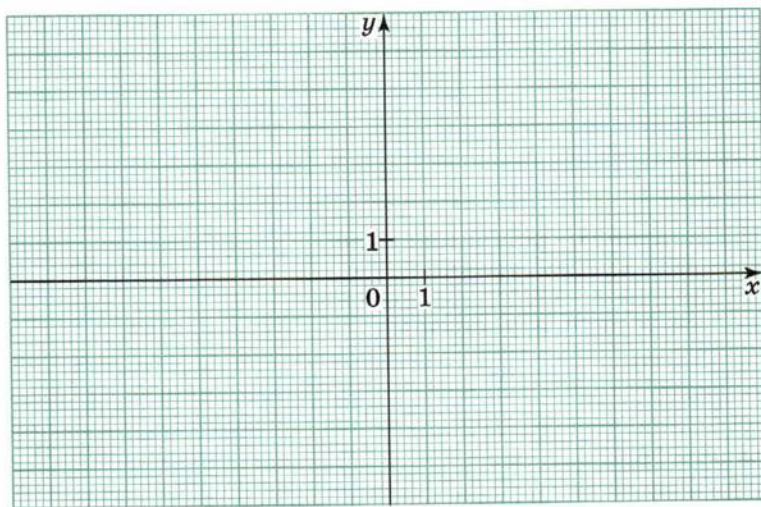


Ответ:

4. С помощью графиков найдите (с точностью до 0,1) решения системы уравнений $\begin{cases} xy = -6, \\ x + y - 3 = 0. \end{cases}$

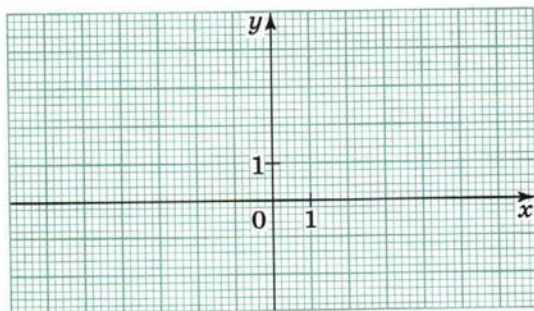
x							
y							

x		
y		



Ответ:

5. Решите графически систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4. \end{cases}$



Ответ:

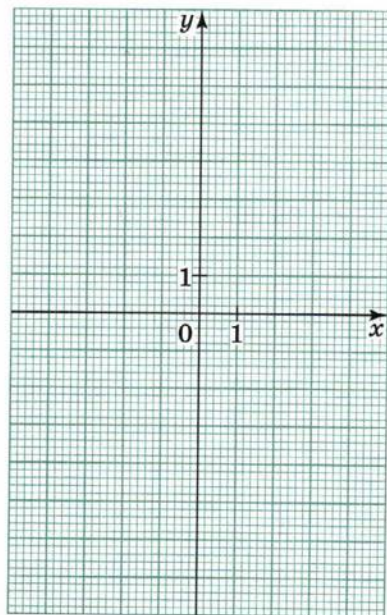
6. С помощью графиков решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x^2 - 1. \end{cases}$

x					
y					

x		
y		

Ответ:

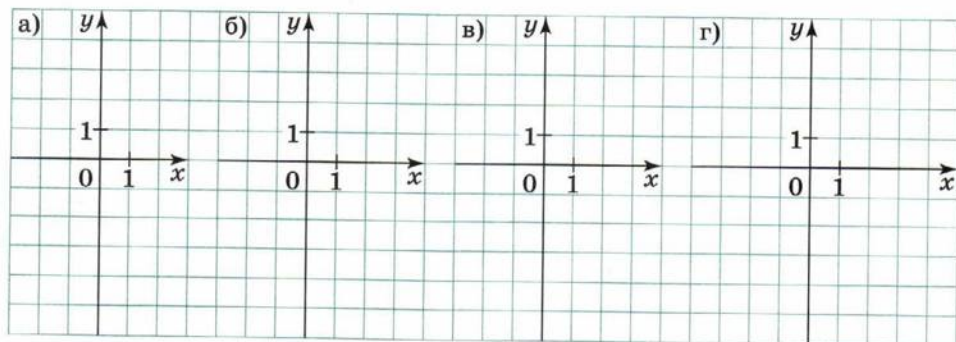
.....



II

7. Изобразите схематически графики уравнений и выясните, имеет ли решения система уравнений, и если имеет, то сколько:

- а) $\begin{cases} y = x^2 - 5, \\ y = -x^2 + 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} xy = -3, \\ x^2 + y^2 = 4; \end{cases}$
 в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y = -x^2 + 4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2 + y^2 - 16 = 0, \\ x^2 + (y - 2)^2 = 4. \end{cases}$



Ответ: а) б) в) г)

8. Докажите с помощью графиков, что система уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 + 1, \\ x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0 \end{cases}$$

не имеет решений.

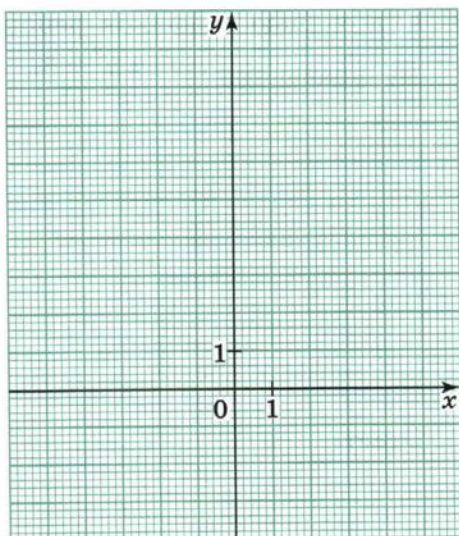
.....

.....

.....

.....

.....



x						
y						

9. Решите графически систему уравнений

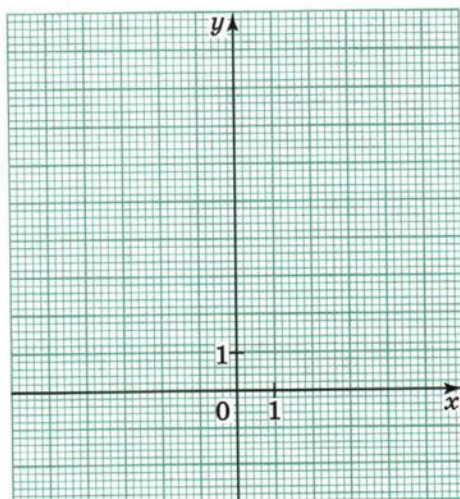
$$\begin{cases} x^2 + 2x + y^2 - 10y = -10, \\ y = 2(x + 2)^2 - 1. \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....



x					
y					

Ответ:

10. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y + 4 = \frac{1}{2}x^2, \\ (x + 2)^2 + y - 2 = 0. \end{cases}$$

.....

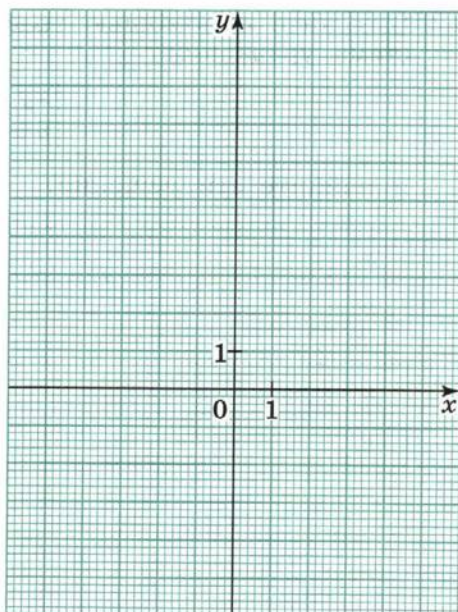
.....

.....

x					
y					

x					
y					

Ответ:



11. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 2x + y^2 = 14 - 2y, \\ x^2 - 4y = 21 - y^2. \end{cases}$$

.....

.....

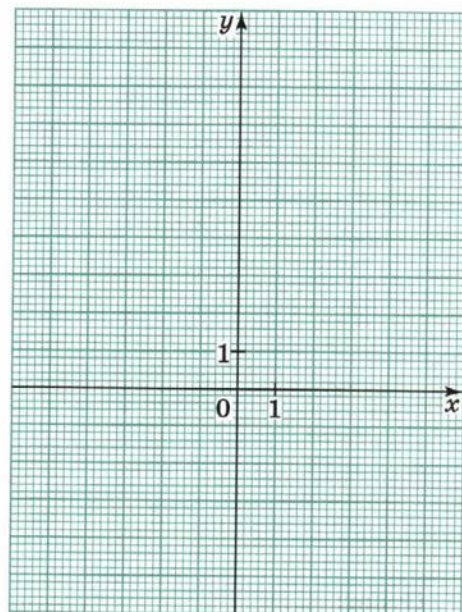
.....

.....

.....

.....

Ответ:



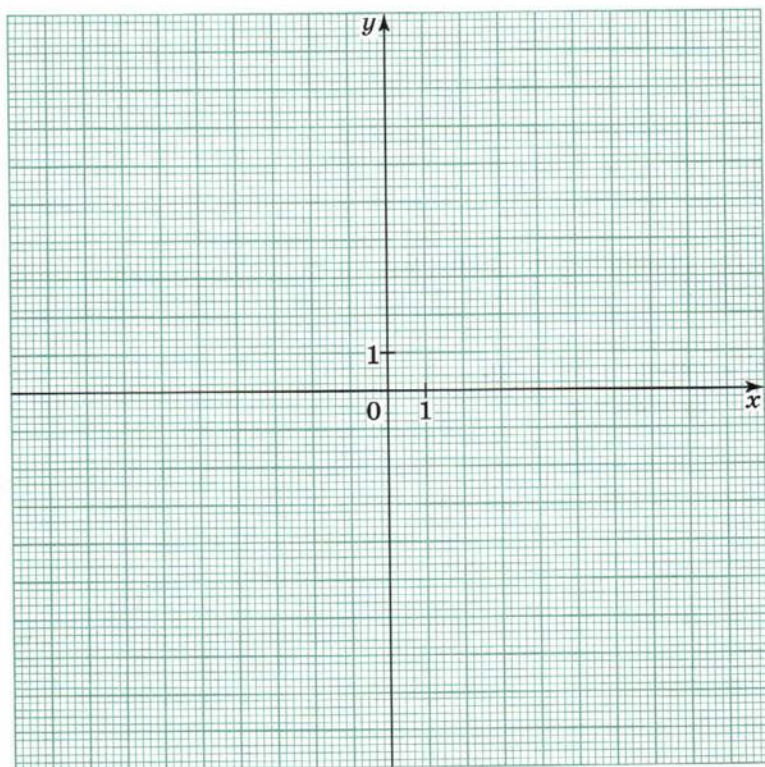
12. Выясните с помощью графиков, сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} xy = 8, \\ y = 0,5x^2 - 9, \end{cases}$$

и найдите эти решения.

x								
y								

x						
y						



Ответ:

I

1. Закончите решение системы уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 2xy = 11, \\ 2y + x = 3. \end{cases}$$

Решение. Выразим из второго уравнения переменную x через y : $x = 3 - 2y$. Подставим в первое уравнение вместо переменной x выражение $3 - 2y$. Получим $y^2 - 2(3 - 2y)y = 11$. Отсюда: $y^2 - 6y + 4y^2 = 11$; $5y^2 - 6y - 11 = 0$.

Решим полученное уравнение:

Из равенства $x = 3 - 2y$ найдём значение x :

Ответ:

2. Решите систему уравнений способом подстановки:

а) $\begin{cases} x - y = 1, \\ y^2 - x = 41; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = -8, \\ xy - y^2 = 6. \end{cases}$

Ответ: а)

б)

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения окружности $(x-3)^2 + y^2 = 5$ и прямой $y = x - 2$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

4. Решите систему уравнений методом сложения:

$$\begin{cases} x + 2y = -5, & 3y^2 + 2y - 40 = 0; & D_1 = 1 + 120 = 121; \\ 3y^2 - x = 45; & y_1 = \frac{-1-11}{3} = -4; & y_2 = \frac{-1+11}{3} = 3\frac{1}{3}; \\ 3y^2 + 2y = 40; & x_1 = -5 + 8 = 3; & x_2 = -5 - 6\frac{2}{3} = -11\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Ответ: $(3; -4); \left(-11\frac{2}{3}; 3\frac{1}{3}\right)$.

а) $\begin{cases} x - 3y = 5, \\ 2y^2 - x = -6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 6x - y = -6, \\ y + 2x^2 = 2. \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

5. Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} u^2 - v^2 + uv = 44, \\ u - 3v = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} u^2 + v^2 - 4uv = 22, \\ 2v - u = 5. \end{cases}$

Ответ: а) б)

6. Решите систему уравнений методом сложения:

$$\begin{array}{l} \begin{cases} 5x^2 + 2y^2 = 52, \\ 5x^2 - 2y^2 = -12; \end{cases} \\ \hline 10x^2 = 40; \quad x^2 = 4; \quad x_1 = -2; \quad x_2 = 2; \\ 4y^2 = 64; \quad y^2 = 16; \quad y_1 = -4; \quad y_2 = 4. \end{array}$$

Ответ: $(-2; -4); (-2; 4); (2; -4); (2; 4)$.

а) $\begin{cases} y^2 - x^2 = -13, \\ y^2 + x^2 = 85; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y^2 - 3x^2 = 61, \\ y^2 + 3x^2 = 67. \end{cases}$

Ответ: а) б)

7. Решите систему уравнений способом подстановки и дайте графическую иллюстрацию $\begin{cases} xy = -8, \\ x + 2y = -2. \end{cases}$

.....

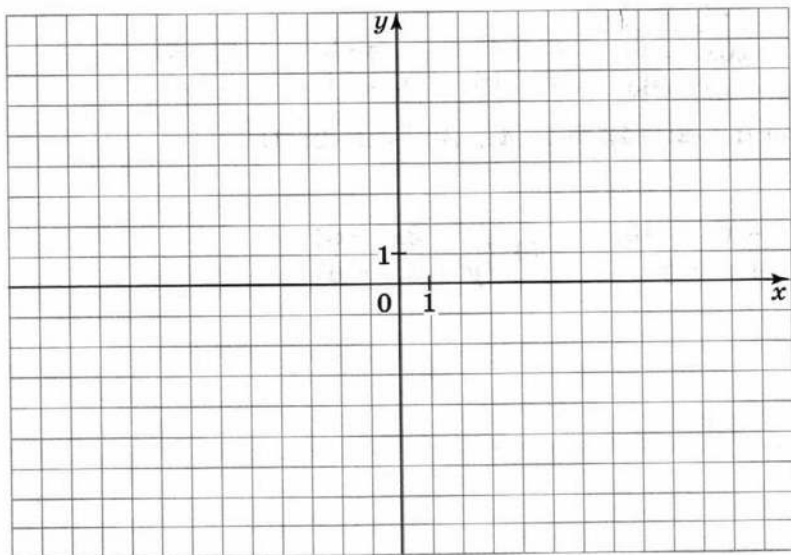
.....

.....

.....

x											
y											

x		
y		



Ответ:

8. При каких значениях k система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 31, \\ x + y = k \end{cases}$$

не имеет решений?

.....

.....

.....

.....

Ответ:

II

9. Равносильны ли системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ 2x - y = 5 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} y^2 - 2x^2 = 7, \\ y + 4x = 1 \end{cases}?$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10. Не выполняя построения, найдите точки пересечения окружности $x^2 + y^2 = 16$ и параболы $y = 4 - x^2$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

11. Имеет ли решения система уравнений
$$\begin{cases} x - 3y = 0, \\ x^2 - 2xy = 12, \\ 2x + y^2 = 16? \end{cases}$$

При положительном ответе найдите эти решения.

Решение. Решим систему уравнений
$$\begin{cases} x - 3y = 0, \\ x^2 - 2xy = 12. \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Проверим, удовлетворяют ли найденные решения третьему уравнению:

.....

.....

Ответ:

12. Прямая $y = kx + 1$ имеет с окружностью $(x - 4)^2 + (y - 6)^2 = 18$ общую точку $M(1; 3)$. Найдите координаты другой общей точки, если она существует.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

13. Имеют ли общие точки графики уравнений

$$x - y = 2, \quad 2x + y^2 = 19, \quad x^2 + 2y^2 = 34?$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

17. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

I

1. Сумма двух чисел равна 15, а их удвоенное произведение равно 108. Найдите эти числа. Закончите решение задачи.

Решение. Пусть первое число равно x , а второе — y . Тогда их сумма равна, что по условию равно 15. Следовательно,

$$..... \quad (1)$$

Удвоенное произведение этих чисел равно, что по условию задачи равно 108. Следовательно,

$$..... \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) составим систему и решим её:

.....
.....
.....
.....

Ответ:

2. Одно число на 17 больше другого, а их произведение равно -30. Найдите эти числа. Сколько решений имеет задача?

Решение.

.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

3. Диагональ прямоугольника равна 26 см, а его периметр равен 68 см. Найдите стороны прямоугольника.

Решение.

.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

4. Длина забора, огораживающего прямоугольный участок земли, равна 110 м. Найдите длину и ширину участка, если известно, что его площадь составляет 600 м^2 .
Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть длина участка равна x м, а ширина — y м. Длина забора равна, что по условию задачи составляет 110 м. Следовательно,

$$..... \quad (1)$$

Площадь участка равна м^2 , или 600 м^2 , значит,

$$..... \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) составим систему и решим её:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

5. Удвоенное произведение двух чисел равно 60. Найдите эти числа, если известно, что одно из них на 13 больше другого.

Решение.

.....

.....

.....

Ответ:

6. Сумма квадратов двух отрицательных чисел равна 185, а разность их квадратов равна 57. Найдите эти числа.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

7. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 39 см. Найдите площадь треугольника, если известно, что один из его катетов на 21 см больше другого.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

8. Из пункта M в пункт N , удалённый на расстояние 48 км, выехали одновременно два велосипедиста. Через 2 ч оказалось, что первый велосипедист проехал на 6 км больше, чем второй. Найдите скорость каждого велосипедиста, если известно, что на весь путь первый велосипедист затратил на 32 мин меньше, чем второй.

Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть скорость первого велосипедиста x км/ч, а второго y км/ч. Тогда за 2 ч первый велосипедист проехал км, а второй км. Первый велосипедист проехал на 6 км больше, следовательно,

$$\dots\dots\dots (1)$$

Первый велосипедист затратил на весь путь ч, а второй ч, при этом первое время на 32 мин, т. е. на $\frac{8}{15}$ ч, меньше второго, следовательно,

$$\dots\dots\dots (2)$$

Из уравнений (1) и (2) составим систему и решим её:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

9. Найдите двузначное число, которое в 7 раз больше суммы его цифр и на 52 больше их произведения.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10. Один рабочий может выполнить задание на 4 ч быстрее, чем другой. При совместной работе они за 3 ч могут выполнить $\frac{5}{8}$ этого задания. За какое время каждый рабочий может выполнить задание?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

II

11. Произведение двух целых чисел равно -26 . Если одно из этих чисел увеличить на 4 , а другое уменьшить на 7 , их произведение станет равно 12 . Найдите эти числа.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

12. Периметр прямоугольника равен 68 см, а его диагональ равна 26 см. Найдите сторону квадрата, равновеликого этому прямоугольнику.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

13. Двухзначное число в 6 раз больше суммы его цифр и на 34 больше их произведения. Найдите это число.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

14. Бассейн наполняется через первую трубу на 6 ч быстрее, чем через вторую. Бассейн можно наполнить, если открыть сначала на 10 ч первую трубу, а затем на 3 ч вторую. За какое время наполнится бассейн при совместной работе обеих труб?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

15. К сахарному сиропу, содержащему 250 г сахара, добавили 100 г воды. После этого концентрация сиропа уменьшилась на 12,5%. Сколько воды содержал сироп первоначально и какова была его концентрация?
Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть сироп содержал первоначально x г воды, а его концентрация, равная, составляла $y\%$, т.е. $\frac{y}{100}$.
Следовательно,

..... (1)

После добавления 100 г воды концентрация сиропа стала равной, что на 12,5% меньше первоначальной концентрации. Отсюда

..... (2)

Из уравнений (1) и (2) составим систему:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

18. НЕРАВЕНСТВА С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

I

1. Является ли пара чисел $(-3; 1)$ решением неравенства:

а) $4x + 2y + 12 > 0$;

б) $x^2 - 4xy - 4y^2 < 17$;

в) $(2x - 1)^2 - (y - 3)^2 > 40$;

г) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}y^2 > 2$?

.....

Ответ: а) б) в) г)

2. Найдите два каких-нибудь решения неравенства:

а) $y < 4x - 2$;

б) $y > 10x + 1$;

в) $y \leq x^2 + 4$;

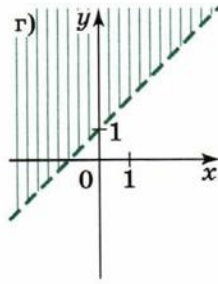
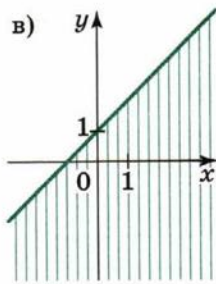
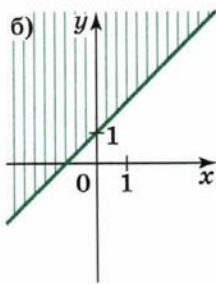
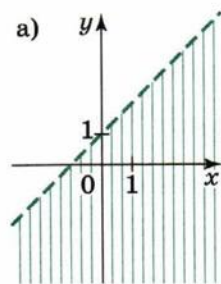
г) $x^2 - y^2 > 5$.

.....

Ответ: а) б)

в) г)

3. На рисунке изображена прямая $y = x + 1$ и показаны множества точек, задаваемые четырьмя различными неравенствами. Запишите соответствующие неравенства.



Ответ: а) б)

в) г)

4. Из данных неравенств

а) $16x - 8y - 40 < 0$;

б) $x^2 + xy \geq 3$;

в) $(x - 4)^2 - (6y + 1)^2 \leq 0$;

г) $2x + (4y - 7)^2 > 42$;

д) $-x^2 - 16y + 10 > 0$;

е) $\frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{3}y^2 < \frac{1}{2}$

выберите те, для которых пара чисел $x = 2$; $y = -0,5$ является решением.

Ответ:

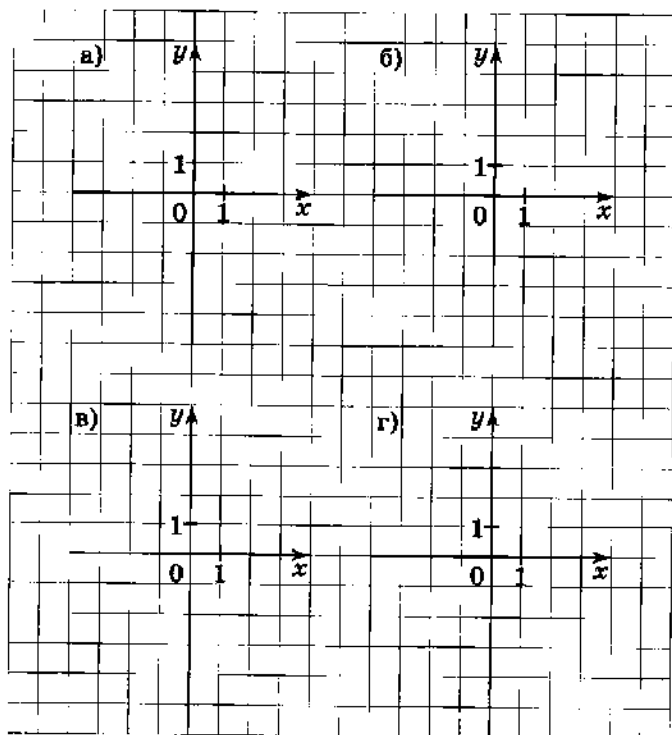
5. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством:

а) $x \leq 2$;

б) $y > -3$;

в) $-1 \leq y < 1$;

г) $-2 < x \leq 3$.

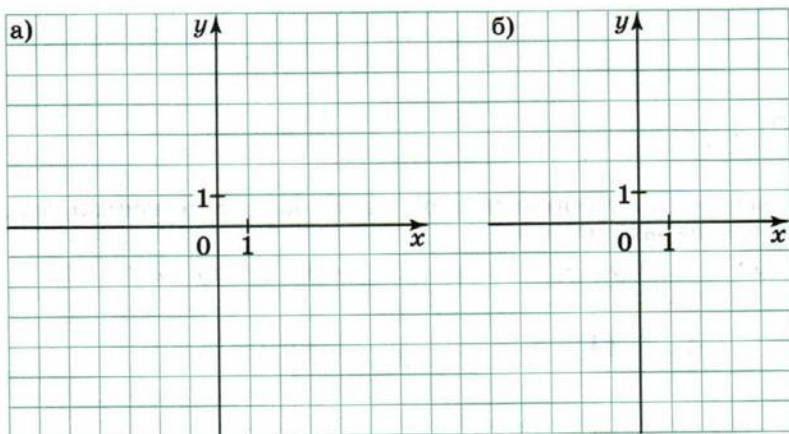


6. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством:

а) $2x - y + 4 > 0$; б) $x + 2y \geq 2$.

x		
y		

x		
y		



7. Задайте неравенством с двумя переменными:

а) круг с центром в точке $(-3; 1)$ и радиусом, равным 4:

б) множество точек, расположенных вне круга с центром в точке $(0; -2)$ и радиусом, равным 0,5:

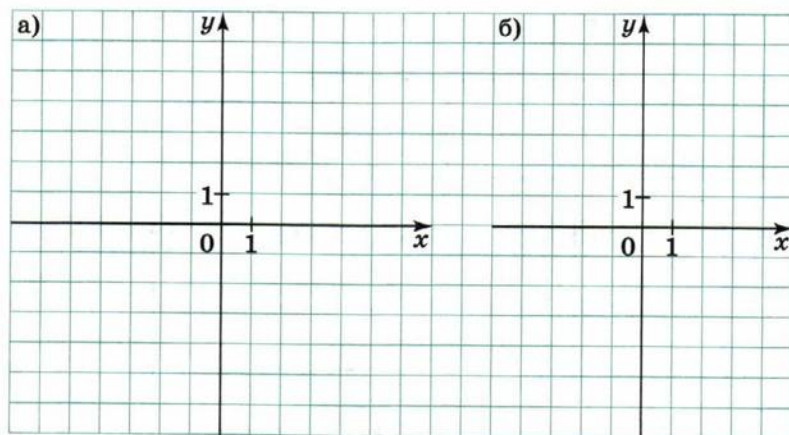
в) открытую полуплоскость, расположенную выше биссектрисы I и III координатных углов:

г) полуплоскость, расположенную левее прямой $x = -2$:

8. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством:

а) $y \geq x^2 - 3$; б) $x^2 + y^2 < 16$.

x							
y							



II

9. Какое множество точек задаётся на координатной плоскости неравенством:

а) $x^2 + y^2 - 6x + 8y \leq 0$; б) $x^2 + 10x + y^2 - 2y > 10$?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а)

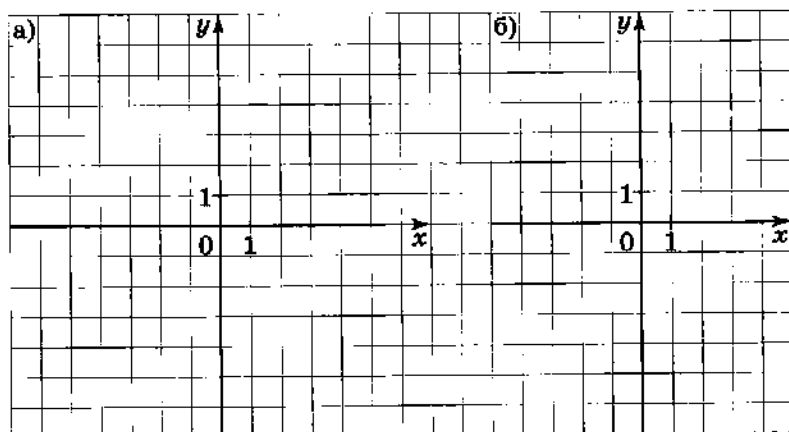
б)

10. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством;

а) $xy \leq -6$; б) $y + x^2 > 8$.

x								
y								

x						
y						



11. Задайте неравенством открытую полуплоскость, которая расположена ниже прямой AB , проходящей через точки $A(2; 0)$ и $B(-1; 3)$.

.....

.....

.....

.....

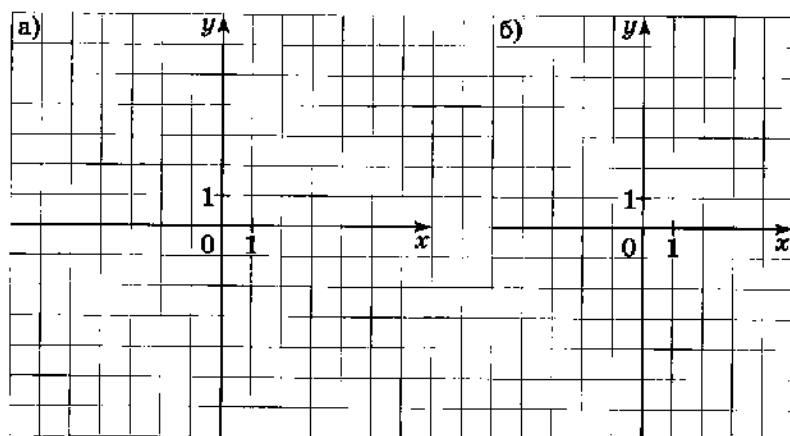
Ответ:

12. Изобразите на координатной плоскости множество точек, у которых:

- а) абсцисса меньше удвоенной ординаты;
 б) ордината больше утроенной абсциссы.

x		
y		

x		
y		



13. Задайте неравенством множество точек, лежащих выше параболы, проходящей через точки $A(-2; 3)$, $B(5; -4)$ и $C(0; -9)$.

Ответ:

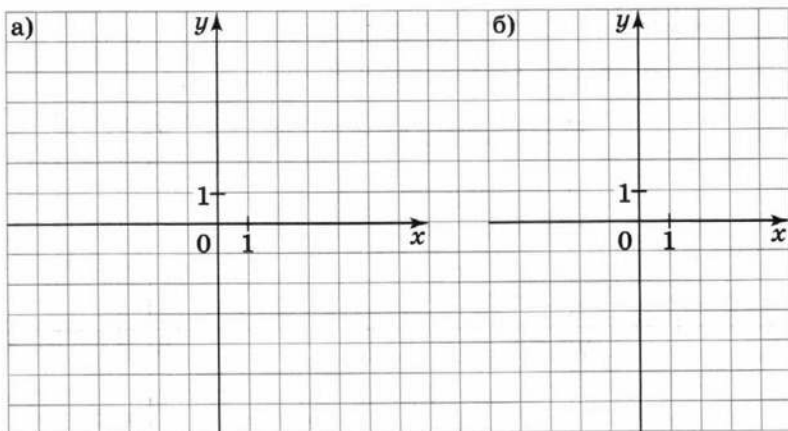
14. Изобразите на координатной плоскости множество решений неравенства:

а) $y \leq |x + 3|$;

б) $y > |2x - 1|$;

x		
y		

x		
y		

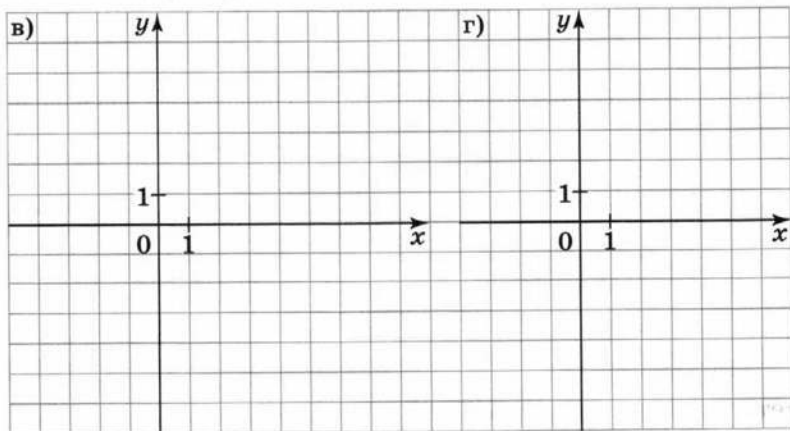


в) $y < |4 - x|$;

г) $y \geq |4 - 2x|$.

x		
y		

x		
y		



19. СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

I

1. Является ли решением системы неравенств $\begin{cases} x^2 + 3y \leq 6, \\ 2x - 5y > 1 \end{cases}$ пара чисел:

а) (2; 0); б) (1; -3); в) (-1; 1); г) (0; 2); д) (3; -4)?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

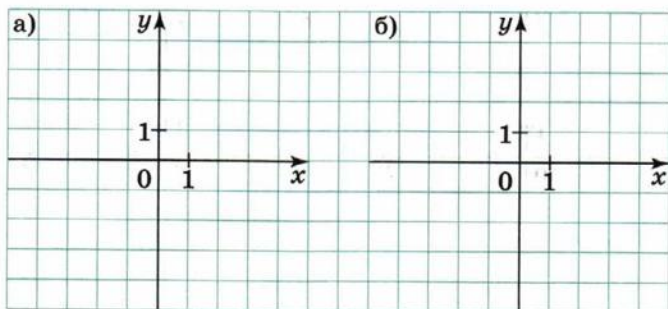
Ответ: а) б) в) г) д)

2. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств:

а) $\begin{cases} x + 3 \geq 0, \\ y - 1 \leq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y \leq 2, \\ y - x \leq 1. \end{cases}$

x		
y		

x		
y		



3. Подберите какие-либо значения a и b так, чтобы пары чисел $(-4; b)$ и $(a; 2)$ были решениями системы $\begin{cases} 2x^2 - y > 5, \\ x + 3y < 12. \end{cases}$

.....

.....

.....

Ответ:

4. Покажите штриховкой на координатной плоскости множество решений системы неравенств:

а) $\begin{cases} 3y - x - 3 \geq 0, \\ 2x - y - 2 \geq 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y \geq -1, \\ y \leq 2 - x. \end{cases}$

.....

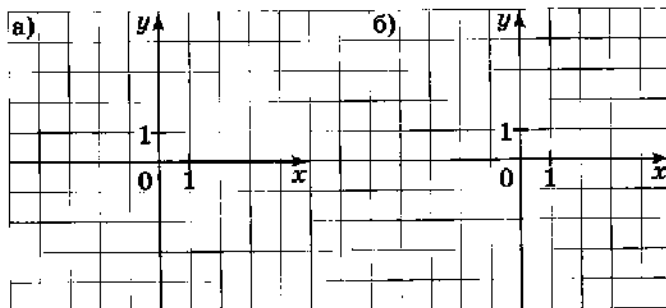
.....

x		
y		

x		
y		

x		
y		

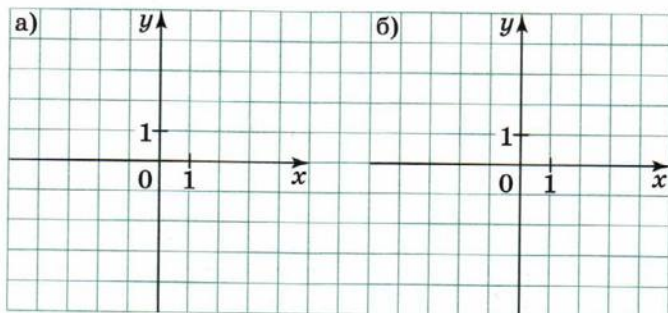
x		
y		



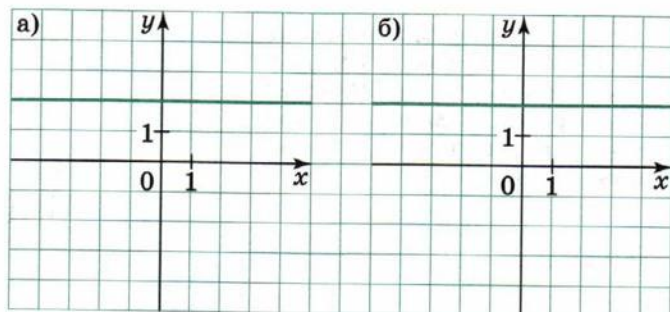
5. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы:

а) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9, \\ y \geq x - 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq 4, \\ x^2 + y^2 \leq 1. \end{cases}$

x		
y		



6. На рисунке построена прямая $y = 2$. Постройте ещё одну прямую $y = kx + b$ так, чтобы система неравенств $\begin{cases} y \leq 2, \\ y \geq kx + b \end{cases}$ задавала на координатной плоскости: а) угол; б) полосу. Запишите полученную систему неравенств.



Ответ: а) $\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

б) $\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

II

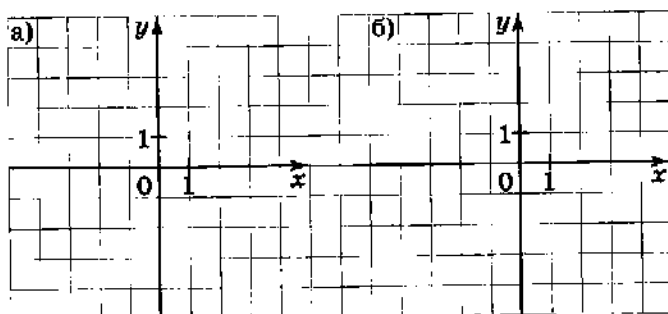
7. Какую фигуру задаёт множество решений системы неравенств:

а) $\begin{cases} x - y + 4 \geq 0, \\ 2x + y \leq 4, \\ y \geq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16, \\ x^2 + y^2 \geq 4? \end{cases}$

Изобразите данную фигуру на рисунке и найдите её площадь.

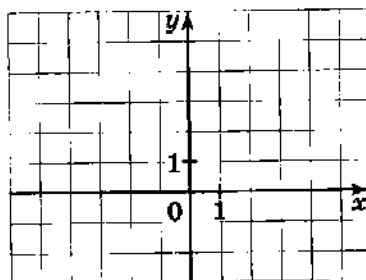
x		
y		

x		
y		



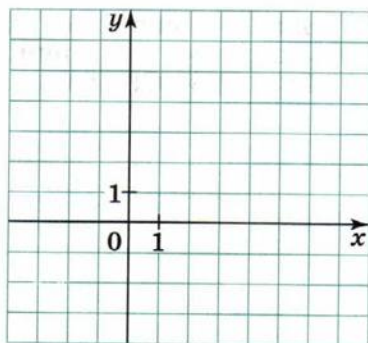
Ответ: а) б)

8. Одна из сторон острого угла проходит через точки $A(3; 0)$ и $B(-3; 3)$, другая — через точки $C(2; 4)$ и $D(-1; 2)$. Постройте эти прямые. Задайте образовавшийся острый угол между ними системой неравенств.



9. Покажите штриховкой на координатной плоскости множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 6x + y^2 - 4y \leq 3, \\ (x - 3)^2 + y \leq 4. \end{cases}$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

x								
y								

10. Укажите какую-либо пару значений k и b , при которых система неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3x + 8, \\ y \leq kx + b \end{cases}$$

задаёт на координатной плоскости: а) угол; б) полосу.

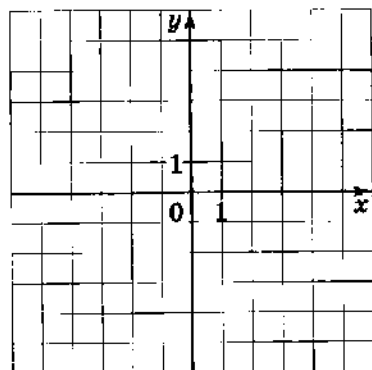
Запишите получившиеся системы неравенств.

.....

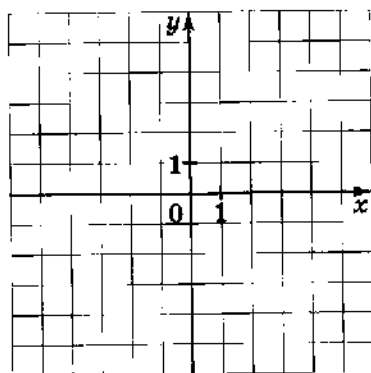
.....

Ответ: а) $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$ б) $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$

11. Задайте системой неравенств треугольник с вершинами $A(0; 3)$, $B(5; 0)$ и $C(-5; 0)$.



12. Задайте системой неравенств меньшую часть круга с центром в точке $C(-2; 1)$ и радиусом 4, которую отсекает от него прямая, проходящая через точки $A(-4; 0)$ и $B(3; 4)$.



20. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

I

1. Каждый член последовательности (a_n) равен остатку от деления его номера на 3.

а) Выпишите первые десять членов этой последовательности:

.....

б) Найдите, чему равен указанный член последовательности:

$a_{40} =$ $a_{101} =$

2. Пусть (a_n) — последовательность взятых в порядке возрастания двузначных натуральных чисел, дающих при делении на 3 остаток 2. Укажите:

а) пять первых членов последовательности:

.....

б) пять последних членов последовательности:

.....

3. а) Какой член последовательности (a_n) следует за указанным членом?

a_{10} ,; a_n ,; a_{n+7} ,

б) Какой член последовательности (b_n) предшествует указанному члену?

....., b_{12} ; , b_{29} ; , b_{n+6} .

в) Какие члены последовательности (c_n) заключены между указанными членами?

c_{11} , , c_{15} ; c_n , , c_{n+6} .

4. Последовательность задана формулой $a_n = n^2 + 3n + 1$. Найдите указанные члены последовательности:

$$a_9 = 9^2 + 3 \cdot 9 + 1 = 81 + 27 + 1 = 109.$$

$$a_{20} = \dots\dots\dots$$

$$a_{50} = \dots\dots\dots$$

$$a_{71} = \dots\dots\dots$$

5. Выпишите первые шесть членов последовательности (a_n) , если:

а) $a_n = 5n - 2$: $\dots\dots\dots$

б) $a_n = \frac{6}{n}$: $\dots\dots\dots$

в) $a_n = n^2 - 1$: $\dots\dots\dots$

6. Встретится ли среди членов последовательности (b_n) , заданной формулой $b_n = 6n - 28$, число: а) 14; б) -28; в) 104? При положительном ответе укажите номер члена последовательности.

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

Ответ: а) $\dots\dots\dots$ б) $\dots\dots\dots$ в) $\dots\dots\dots$

7. Последовательность (b_n) задана формулой:

а) $b_n = 2n - 7$; б) $b_n = n^2 - 6n$.

Укажите номера отрицательных членов последовательности и вычислите эти члены.

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

II

8. Пусть (b_n) — последовательность взятых в порядке возрастания простых чисел, не превосходящих 60. Укажите:

а) первые пять членов последовательности:

.....

б) последние пять членов последовательности:

.....

9. Последовательность (a_n) задана формулой $a_n = n^2 - 16n + 15$. Укажите номера отрицательных членов последовательности и вычислите эти члены.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10. Последовательность (c_n) задана следующим условием: $c_1 = -5$, $c_{n+1} = -4c_n$.

а) Укажите, как называется использованный здесь способ задания последовательности:

.....

б) Выпишите первые пять членов последовательности:

.....

11. Последовательность (u_n) чисел Фибоначчи задаётся следующим условием: $u_1 = 1$, $u_2 = 1$, $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$ при $n > 2$.

Выпишите первые двенадцать членов этой последовательности:

.....

.....

.....

Проверьте, что для восьмого члена этой последовательности справедливо свойство $u_{n+1}^2 - u_n \cdot u_{n+2} = (-1)^n$.

.....

.....

.....

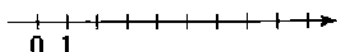
.....

12. Последовательность (b_n) задана формулой:

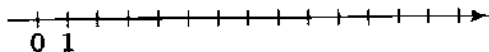
а) $b_n = n + 1$; б) $b_n = \frac{n^2}{2}$; в) $b_n = n^2 - 4$.

Найдите первые пять членов этой последовательности и изобразите их точками на координатной прямой.

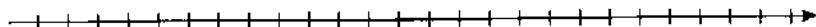
а)



б)



в)



.....

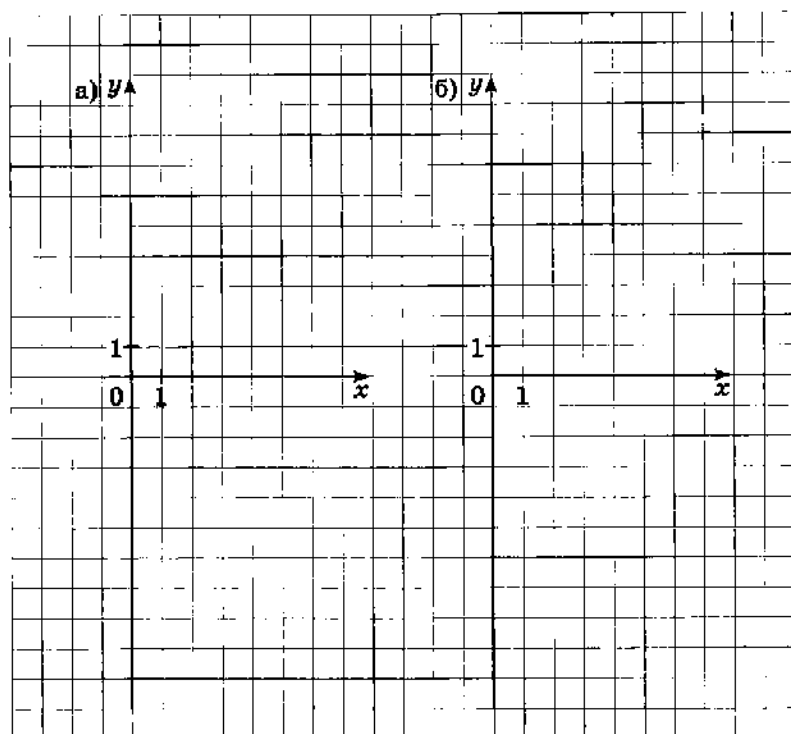
.....

.....

.....

.....

13. Изобразите точками на координатной плоскости первые шесть членов последовательности (a_n) и укажите, вдоль какой линии расположены эти точки:



а) $a_n = \frac{4}{n}$;

n	1	2	3	4	5	6
a_n						

Точки расположены

б) $a_n = -0,5n^2 + 8$.

n	1	2	3	4	5	6
a_n						

Точки расположены

14. Последовательность (a_n) задана формулой $a_n = n^2 - 4$. Найдите все члены последовательности, которые изображаются на координатной плоскости точками, расположенными ниже прямой $y = 14$, и постройте эти точки.

n	
a_n	

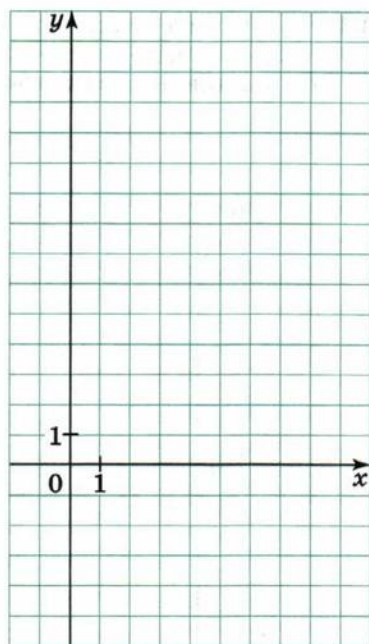
.....

.....

.....

.....

.....



15. Укажите номера членов последовательности (a_n) , где $a_n = 0,5n^2 - 1$, которые заключены между числами 2 и 24. Вычислите эти члены.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

21. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ. ФОРМУЛА n -ГО ЧЛЕНА АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ — арифметическая прогрессия, d — разность прогрессии,

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

I

1. В арифметической прогрессии (a_n) первый член равен 7, а разность равна 2. Найдите указанные члены прогрессии:

$$a_5 = \dots \quad a_{41} = \dots$$

$$a_{39} = \dots \quad a_{101} = \dots$$

$$a_{27} = \dots \quad a_{215} = \dots$$

2. Найдите разность арифметической прогрессии и её члены, обозначенные буквами:

$$-8, -10, a_3, \dots, a_6, \dots, a_n, \dots, a_{n+5}, \dots$$

3. Встретится ли среди членов арифметической прогрессии 31, 34, 37, 40, ... число:

а) 55; б) 64; в) 76; г) 101?

При положительном ответе укажите номер этого члена прогрессии.

Ответ: а) б) в) г)

4. Найдите пятый, десятый и n -й члены арифметической прогрессии $\frac{1}{7}, -1, \dots$.

Решение. Разность прогрессии равна Значит,

$$a_5 = \dots, a_{10} = \dots,$$

$$a_n = \dots.$$

5. Туристы в понедельник прошли 10 км, а в каждый следующий день недели пройденное ими расстояние увеличивалось на 0,5 км. Какое расстояние прошли туристы в последний день недели?

Решение.

Ответ:

6. Чему равен первый положительный член арифметической прогрессии $-34, -31, -28, \dots$?

Решение. В данной прогрессии $a_1 = \dots, d = \dots$.

Значит, $a_n = \dots$. Решим неравенство:

Ответ:

7. Чему равен первый отрицательный член арифметической прогрессии $18, 13, 8, \dots$?

Ответ:

II

8. Между числами 3 и 15 вставьте пять чисел, которые вместе с данными числами образуют арифметическую прогрессию.

.....

.....

.....

Ответ:

9. В арифметической прогрессии сумма второго и четвёртого членов равна 46, а сумма третьего и седьмого членов равна 58. Найдите третий член и разность прогрессии.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: $a_3 =$, $d =$

10. Найдите пропущенные в записи члены арифметической прогрессии (a_n) :

..., ..., 8, ..., ..., ..., 38.

Решение. Пусть a_1 — первый член арифметической прогрессии, d — её разность. По условию
Составим и решим систему уравнений:

.....

.....

.....

.....

Ответ:,, 8,,,, 38.

11. Изобразите точками на координатной плоскости первые шесть членов арифметической прогрессии $-2, 0, \dots$ и напишите уравнение прямой, на которой расположены эти точки.

.....

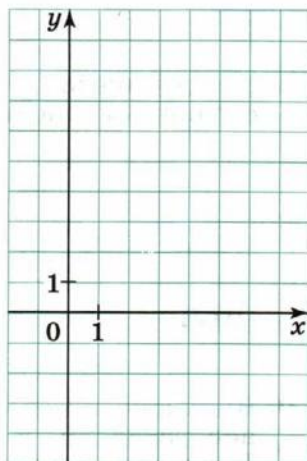
.....

.....

.....

.....

.....



12. Верно ли, что если числа a, b, c — три последовательных члена арифметической прогрессии, то числа $a^2 + ab + b^2, a^2 + ac + c^2, b^2 + bc + c^2$ также являются тремя последовательными членами некоторой арифметической прогрессии?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

13. В арифметической прогрессии $\frac{a_5}{a_3} = \frac{7}{5}$. Докажите, что $a_{16} = 2a_7$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

14. Сумма трёх последовательных членов арифметической прогрессии равна 42, а сумма их квадратов равна 638. Найдите эти члены прогрессии.

Решение. Обозначим через a среднее из этих трёх чисел, а через d разность прогрессии.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

15. Объём прямоугольного параллелепипеда равен 231 см^3 . Найдите длины рёбер параллелепипеда, исходящих из одной вершины, зная, что они составляют арифметическую прогрессию, причём их сумма равна 21 см.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

16. Число 15 встречается в каждой арифметической прогрессии (a_n) и (b_n) :

$$1, 8, 15, \dots, a_n, \dots, \quad 9, 15, 21, \dots, b_n, \dots$$

Укажите следующее число, которое встретится в обеих этих прогрессиях, и его номер в каждой из них.

Решение. Выразим n -й член каждой прогрессии через её первый член и разность:

$$a_n = \dots, \quad b_n = \dots$$

По условию $a_n = b_m$, т. е.

Выразим отсюда n через m :

Ответ:

17. Первый член арифметической прогрессии равен 3. Найдите третий и четвёртый её члены, если известно, что они являются квадратами двух последовательных натуральных чисел.

Ответ:

22. ФОРМУЛА СУММЫ ПЕРВЫХ n ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ — арифметическая прогрессия, d — разность прогрессии, S_n — сумма первых n членов прогрессии

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}, \quad S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

I

1. Найдите сумму первых четырнадцати членов арифметической прогрессии (a_n) , если:

а) $a_1 = 5, a_{14} = 31$; б) $a_1 = -10, a_{14} = 3$.

.....
.....

Ответ: а) б)

2. В арифметической прогрессии $a_1 = -3, d = 7$. Найдите сумму первых двенадцати членов этой прогрессии.

.....
.....

Ответ:

3. Найдите сумму первых восьми членов арифметической прогрессии $-19, -16, -13, \dots$. Проверьте ответ, выписав указанные члены прогрессии и сложив их.

.....
.....
.....
.....

Ответ:

4. Найдите сумму первых двенадцати членов арифметической прогрессии (b_n) , в которой $b_1 = -11$, $b_7 = 7$.

.....

.....

.....

Ответ:

5. Докажите, что последовательность, заданная формулой $a_n = 3,6n$, является арифметической прогрессией, и найдите сумму первых сорока её членов.

Решение. Найдём a_{n+1} и покажем, что разность $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n :

.....

.....

.....

.....

Ответ:

6. Найдите сумму всех двузначных чисел, кратных 6.

Решение. Данная последовательность является, в которой первый член равен, а последний равен Найдём число членов этой прогрессии и вычислим их сумму:

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

7. В январе мастерская переплела 120 книг, а в каждый следующий месяц она переплетала на 2 книги больше, чем в предыдущий. Сколько книг переплела мастерская за год?

Решение. Число книг, которые мастерская переплела в январе, феврале и т. д., составляет арифметическую прогрессию, в которой

$$a_1 = \dots, d = \dots$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

II

8. Фигура составлена из правильных шестиугольников так, что в верхнем ряду находится один шестиугольник, а в каждом следующем на один шестиугольник больше, чем в предыдущем. Сколько потребуется шестиугольников, чтобы составить фигуру из 25 рядов?

Решение.

.....

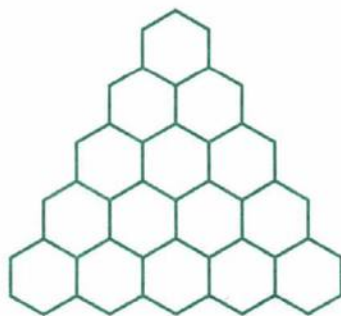
.....

.....

.....

.....

.....



Ответ:

9. Докажите, что последовательность, заданная формулой $a_n = 4,2n + 3$, является арифметической прогрессией, и найдите сумму её членов с десятого по девятнадцатый.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10. В амфитеатре 10 рядов, причём в каждом следующем ряду на 2 места больше, чем в предыдущем, а в последнем ряду 30 мест. Сколько всего мест в амфитеатре?

Решение. Число мест в первом, втором и т.д. рядах амфитеатра составляет арифметическую прогрессию (a_n) , в которой

$d = \dots, n = \dots, a_n = \dots$

.....

.....

.....

Ответ:

11. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии, в которой $S_4 = 56$, а $S_9 = 36$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

12. В арифметической прогрессии $\frac{a_7}{a_3} = 5$, а сумма первых семи членов равна 63. Найдите первый член и разность прогрессии.

Решение. Из равенства $\frac{a_7}{a_3} = 5$ выразим a_1 через d :

По условию $S_7 = 63$, т. е.

Ответ:

13. Решите уравнение $5 + 8 + 11 + \dots + x = 75$, если известно, что слагаемые в левой его части составляют арифметическую прогрессию.

Ответ:

14. Найдите сумму всех двузначных чисел, кратных 7.

Ответ:

23. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ. ФОРМУЛА n -ГО ЧЛЕНА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

$b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$ — геометрическая прогрессия, q — знаменатель прогрессии

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

I

1. Зная первые два члена геометрической прогрессии, найдите следующие за ними четыре члена.

а) $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ б) $4, 8, \dots$

2. В геометрической прогрессии (b_n) первый член равен 12, а знаменатель равен 2. Найдите указанные члены прогрессии:

$a_3 = \dots$, $a_6 = \dots$

3. Указаны два члена геометрической прогрессии. Впишите три предшествующих и три последующих члена этой прогрессии:

$\dots, \dots, \dots, 8, 32, \dots, \dots, \dots$

4. Найдите первый член геометрической прогрессии (p_n), в которой:

а) $p_6 = 9, q = \frac{1}{3}$; б) $p_5 = 0,5, q = -0,1$.

.....

Ответ: а) б)

II

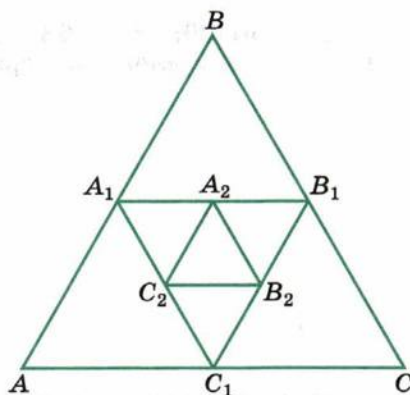
9. Известно, что (b_n) — геометрическая прогрессия, все члены которой положительные числа. Является ли геометрической прогрессией последовательность:

а) $3b_1, 3b_2, 3b_3, \dots$; б) $\sqrt{b_1}, \sqrt{b_2}, \sqrt{b_3}, \dots$; в) $b_1^2, b_2^2, b_3^2, \dots$?

.....

Ответ: а) б) в)

10. В равносторонний треугольник ABC со стороной 32 см вписан новый треугольник, вершинами которого являются середины сторон данного треугольника. Во второй треугольник таким же способом вписан третий и т. д. Найдите периметр девятого треугольника.



Решение.

.....

Ответ:

11. Начиная с какого номера члены геометрической прогрессии $3\frac{1}{3}, 10, 30, \dots$ будут больше 1000?

.....

Ответ:

12. Между числами 3 и 192 вставьте пять чисел, которые вместе с данными числами составляют геометрическую прогрессию. Рассмотрите случаи:

- а) все члены прогрессии — положительные числа;
б) в прогрессии чередуются положительные и отрицательные числа.

.....

.....

.....

.....

.....

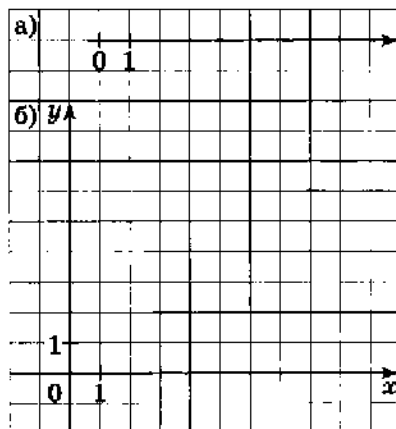
Ответ: а)

б)

13. Изобразите первые пять членов геометрической прогрессии

$$\frac{1}{2}, 1, 2, \dots$$

- а) на координатной прямой;
б) на координатной плоскости.



14. Найдите первый член и знаменатель прогрессии, в которой разность между четвертым и вторым членами равна 96, а разность между пятым и третьим членами равна 288.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

15. Четыре числа составляют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что сумма крайних из них равна 112, а сумма средних равна 48.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

16. Сумма трёх чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 75. Найдите эти числа, если известно, что, уменьшив первое число на 5 и увеличив второе число на 5, а третье на 30, получится геометрическая прогрессия.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

24. ФОРМУЛА СУММЫ ПЕРВЫХ n ЧЛЕНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

$b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$ — геометрическая прогрессия, q — знаменатель прогрессии, $q \neq 1$, S_n — сумма первых n членов прогрессии

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, \quad S_n = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

I

1. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии (b_n) , в которой:

а) $b_1 = 3, q = 2$; б) $b_1 = 27, q = \frac{1}{3}$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

2. Найдите сумму первых семи членов геометрической прогрессии:

а) 2, 4, 8, ...; б) 3, -6, 12,

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

3. Найдите сумму первых восьми членов геометрической прогрессии, в которой $b_1 = \frac{1}{8}$, $b_8 = 16$.

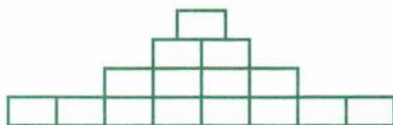
.....

.....

.....

Ответ:

4. Фигура составлена из одинаковых прямоугольников, причём в каждом следующем ряду в два раза больше прямоугольников, чем в предыдущем. Сколько прямоугольников потребовалось для составления фигуры из восьми рядов?



Решение.

.....

.....

Ответ:

5. Найдите сумму первых десяти членов геометрической прогрессии (b_n), в которой $b_2 = 2$, $b_5 = -16$.

Решение. Найдём знаменатель прогрессии q из условия $b_5 = b_2 q^3$.

.....

.....

.....

Ответ:

6. Найдите первый член геометрической прогрессии, знаменатель которой равен -2 , а сумма первых пяти членов равна -66 .

.....

.....

.....

Ответ:

7. Найдите пропущенные члены b_2 и b_3 геометрической прогрессии $\frac{1}{81}, b_2, b_3, \frac{1}{3}, \dots$ и вычислите сумму первых шести членов этой прогрессии.

Решение. Выразим член b_4 , равный $\frac{1}{3}$, через b_1 и q :

.....

.....

Ответ:

II

8. Докажите, что последовательность (c_n) , где $c_n = 4 \cdot 3^n$, является геометрической прогрессией, и вычислите сумму первых шести её членов.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

9. В геометрической прогрессии первый член равен $\frac{1}{8}$, а третий равен $\frac{1}{2}$. Найдите сумму первых восьми членов прогрессии.

Рассмотрите случаи:

- а) все члены прогрессии положительны;
б) в прогрессии чередуются положительные и отрицательные члены.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

10. Найдите сумму первых восьми членов геометрической прогрессии (b_n) , если известно, что $\frac{b_1 + b_2}{b_2 + b_3} = 2$ и сумма первых трёх членов равна 10,5.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

11. В геометрической прогрессии разность между третьим и первым членами равна 15, а разность между пятым и третьим членами равна 240. Найдите сумму первых шести членов этой геометрической прогрессии.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

12. В геометрической прогрессии разность седьмого и пятого членов равна 48 и сумма шестого и пятого членов также равна 48. Найдите число n членов этой прогрессии, если известно, что $S_n = 1023$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

25. ПРИМЕРЫ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ**I**

1. В спортклубе имеются секции гимнастики (г), лёгкой атлетики (л), волейбола (в) и баскетбола (б). Пётр решил записаться в две из них. Укажите все возможные варианты этого выбора.
.....
.....
2. На плоскости отмечены точки A, B, C, D, E , никакие три из которых не лежат на одной прямой. Укажите все возможные различные прямые, которые можно провести через эти точки.
.....
.....
3. Туристы решили посетить в городе три музея: картинную галерею (г), музей боевой славы (с) и музей игрушек (и). Укажите все возможные варианты выбора последовательности посещения этих музеев.
.....
.....
4. Составьте все возможные чётные трёхзначные числа из цифр 1, 2, 3, 4, используя каждую цифру только один раз.
.....
.....
5. Из цифр 2, 3, 4, 5 составьте все возможные двузначные числа, учитывая случаи, когда цифры в числе повторяются.
.....
.....

6. Имеются две тарелки: глубокая и мелкая. Укажите все способы, какими можно разложить в них 5 яблок, учитывая при этом случай, когда одна из тарелок окажется пустой.

.....
.....

7. Укажите все способы, какими можно расставить 6 книг на нижней и верхней полке, учитывая при этом случай, когда одна из полок окажется пустой.

.....
.....

II

8. У Татьяны в гардеробе имеется 5 различных блузок, 3 юбки и 4 пары нарядной обуви. Собираясь в гости, она решила составить наряд из этих предметов. Сколькими способами она может это сделать?

Решение. Существует различных способов выбора блузки.

Для каждого выбора блузки Татьяна может способами

выбрать юбку. Значит, существует способов выбора блузки с юбкой. Для каждого выбора блузки с юбкой Татьяна

может способами выбрать пару обуви. Значит, составить наряд из блузки, юбки и пары обуви Татьяна может

..... способами.

Ответ:

9. Выпишите все возможные двузначные числа, которые можно составить из цифр 0, 2, 4, 9, используя каждую из них не более одного раза.

.....
.....
.....

10. Учащимся было предложено составить из цифр 2, 4, 6, 8 все возможные трёхзначные числа. Продолжите построение дерева возможных вариантов по образцу, показанному в учебнике.



Вторая цифра

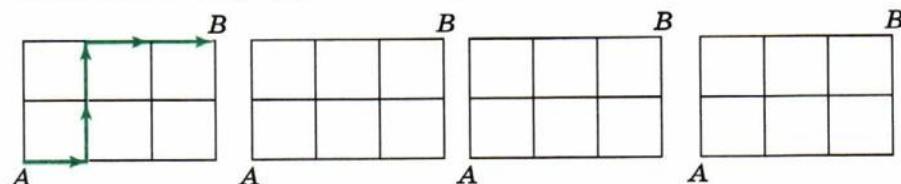
Третья цифра

11. Игорь составил список из десяти художественных и пяти научно-популярных книг. Сколькими способами он может выбрать пару книг, состоящую из одной художественной и одной научно-популярной книги?

Ответ:

12. Туристы, вышедшие из пункта А, должны попасть в пункт В, пройдя при этом 2 квартала на север (с) и 3 квартала на восток (в). Один из возможных маршрутов можно записать так: *всссвв*. Укажите ещё три какие-либо маршрута туристов и проиллюстрируйте их на рисунках по предложенному образцу.

Возможные маршруты: *всссвв*,



26. ПЕРЕСТАНОВКИ

P_n — число перестановок из n элементов

$$P_n = n!$$

I

1. Сколькими способами можно расставить на полке шесть книг из серии «Библиотека приключений»?

Ответ:

2. Сколько чисел, больших 8000, можно составить из цифр 5, 6, 7, 8, если известно, что в записи чисел цифры не повторяются?

Решение. Число, составленное из указанных цифр, будет больше 8000, если

Ответ:

3. Отец, мать и трое их детей решили отправиться на прогулку. Сколькими способами они могут занять места в автомобиле, если известно, что вести его может только отец, а для младшего из детей выделено специальное место?

Ответ:

4. Сколько различных пятизначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4?

Решение. Из цифр 0, 1, 2, 3, 4 можно составить перестановок. Из них надо исключить те перестановки, которые, т. е. перестановок. Значит, искомое число пятизначных чисел равно

Ответ:

5. Сколько чётных пятизначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 2, 3, 4, 5, 6?

Решение. Чётными являются числа, которые оканчиваются цифрами Всего таких чисел

Ответ:

6. Сколькими способами семь подруг, в число которых входят Юлия и Наташа, могут разместиться на семиместной скамейке так, чтобы Юлия и Наташа занимали крайние места?

Решение. Если Юлия займёт первое место, а Наташа последнее, то остальные подруги могут разместиться способами. Если

Значит, всего существует способов расположения на скамейке. Имеем

Ответ:

7. Вычислите значение дроби:

$$\frac{45!}{43! \cdot 3!} = \frac{43! \cdot 44 \cdot 45}{43! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 22 \cdot 15 = 330.$$

а) $\frac{30! \cdot 2!}{29!} =$

б) $\frac{24!}{21! \cdot 4!} =$

в) $\frac{55!}{54! \cdot 5!} =$

II

8. Сколько четырёхзначных чисел, кратных 5, можно составить из цифр 0, 2, 4, 5 без повторения цифр?

Решение. Кратными 5 являются числа, которые оканчиваются цифрой 0 или цифрой 5. Цифрой 0 может оканчиваться чисел. Найдём теперь, сколько чисел оканчивается цифрой 5. Это число равно разности, так как 0 не может быть первой цифрой. Значит, всего можно составить чисел.

Ответ:

9. Марина должна выполнить домашние задания по шести учебным предметам. Два из этих заданий письменные, остальные — устные. Сколькими способами она может определить порядок выполнения заданий, если решила сначала выполнить письменные задания, а затем — устные?

Решение. Порядок выполнения письменных заданий Марина может определить способами. Каждому из них соответствует способов установления порядка выполнения устных заданий. Значит, порядок выполнения всех заданий Марина может определить способами, т. е.

Ответ:

10. В контрольной работе по алгебре содержится 3 задания на преобразование выражений и 4 задания на решение уравнений. Сколькими способами Фёдор может определить последовательность выполнения заданий, если сначала он хочет выполнить все задания на решение уравнений, а затем — все задания на преобразование выражений?

Решение.

Ответ:

11. Сократите дробь:

а) $\frac{n!}{(n-2)!} = \dots\dots\dots$

б) $\frac{(n+1)!}{n(n-1)(n-2)} = \dots\dots\dots$

12. Упростите выражение:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(n+2)!} - \frac{1}{(n+1)!} + \frac{1}{n!} &= \frac{1 - (n+2) + (n+1)(n+2)}{(n+2)!} = \\ &= \frac{1 - n - 2 + n^2 + n + 2n + 2}{(n+2)!} = \frac{n^2 + 2n + 1}{(n+2)!} = \frac{(n+1)^2}{(n+2)!}. \end{aligned}$$

а) $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!} = \dots\dots\dots$

б) $\frac{1}{(n+2)!} - \frac{1}{(n+1)!} = \dots\dots\dots$

в) $\frac{1}{(n+1)!} + \frac{1}{(n-1)!} - \frac{1}{n!} = \dots\dots\dots$

13. Делится ли число $30!$ на: а) 26; б) 310; в) 320?

а) $\dots\dots\dots$, так как $\dots\dots\dots$

б) $\dots\dots\dots$, так как $\dots\dots\dots$

в) $\dots\dots\dots$, так как $\dots\dots\dots$

14. Среди натуральных значений n , не превосходящих 8, имеются три, при которых значение выражения $n! + 1$ является квадратом натурального числа. Найдите эти значения.

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

Ответ: $\dots\dots\dots$

27. РАЗМЕЩЕНИЯ

A_n^k — число размещений из n элементов по k

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

I

1. Сколькими способами семья из четырёх человек может разместиться на пяти свободных местах в салоне автобуса?

Ответ:

2. Сколькими способами можно обозначить латинскими буквами вершины треугольника, если всего в латинском алфавите 26 букв?

Ответ:

3. Прямоугольник составлен из шести одинаковых квадратов, которые требуется закрасить красками разного цвета. Сколькими способами можно это сделать, имея набор красок из восьми цветов?

Ответ:

4. В конкурсе вокалистов участвуют 15 человек. Сколькими способами организаторы конкурса могут определить, кто из них выступит первым, вторым и третьим?

Ответ:

5. Сколькими способами из 28 учащихся класса можно выбрать старосту и его заместителя?

.....
.....
.....

Ответ:

II

6. Сколько трёхзначных чисел, в которых нет одинаковых цифр, можно составить из пяти цифр:

а) 1, 3, 5, 7, 9; б) 0, 2, 4, 6, 8?

Решение. а) Число трёхзначных чисел, в которых цифры не повторяются, равно числу

б) Из найденного в задании а) числа трёхзначных чисел надо исключить те, которые начинаются с цифры 0. Их число равно
Значит, искомое число трёхзначных чисел равно

Ответ: а) б)

7. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составлены все возможные трёхзначные числа, в которых цифры не повторяются. Сколько среди них чётных чисел?

Решение. Число, составленное из указанных цифр, является чётным, если оканчивается цифрой или цифрой

.....
.....
.....

Ответ:

8. Найдите значение выражения:

$$\frac{A_8^5 - A_6^3}{A_5^2} = \frac{\frac{8!}{3!} - \frac{6!}{3!}}{\frac{5!}{3!}} = \frac{8! - 6!}{5!} = \frac{5!(6 \cdot 7 \cdot 8 - 6)}{5!} = 330.$$

а) $\frac{A_5^3 - A_6^4}{A_4^2} =$

б) $\frac{A_8^4 - A_7^3}{A_6^5} =$

Ответ: а) б)

9. Решите уравнение:

$$A_{n+1}^2 = 42; \quad \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 42; \quad n(n+1) = 42; \quad n^2 + n - 42 = 0;$$

$n_1 = -7$ (не соответствует смыслу задачи), $n_2 = 6$. Ответ: $n = 6$.

а) $A_n^2 = 72;$ б) $A_n^3 = 20n.$

.....

Ответ: а) б)

10. При каких значениях n число размещений из n элементов по 2 в 7 раз больше числа размещений из $(n-4)$ элементов по 2?

.....

Ответ:

11. Сколько можно составить трёхзначных кодов, в которых все цифры различны и первая цифра отлична от нуля?

Решение. Количество всех трёхзначных кодов без повторения цифр равно Из них надо исключить те коды, которые начинаются с цифры 0. Число таких кодов равно
Значит, можно составить кодов, удовлетворяющих условию задачи.

Ответ:

28. СОЧЕТАНИЯ

C_n^k — число сочетаний из n элементов по k

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

I

1. Сколькими способами Максим может выбрать четыре книги из десяти, рекомендованных библиотекарем?

Ответ:

2. Из 18 маляров, участвующих в ремонте школы, надо выделить троих для ремонта кабинета математики. Сколькими способами можно это сделать?

Ответ:

3. Ученику предлагается из 13 учебных предметов, в число которых входят русский язык и математика, выбрать 4 для сдачи выпускных экзаменов. Сколькими способами он может это сделать, если экзамены по русскому языку и математике нужно сдавать обязательно?

.....
.....
Ответ:

4. В команде лыжников, прибывшей на соревнования, 15 человек. Тренер должен выделить из них четверых для участия в эстафете. Сколькими способами он может это сделать, если Игорь должен участвовать в эстафете обязательно, а Фёдор и Николай ещё не готовы к участию в эстафете?

.....
.....
Ответ:

5. На сколько число диагоналей правильного десятиугольника превосходит число диагоналей правильного пятиугольника?

Решение. Найдём сначала число диагоналей правильного десятиугольника. Через 10 точек на плоскости, никакие три из которых не лежат на одной прямой, можно провести прямых.

.....
Из этого числа надо исключить число сторон десятиугольника, т.е. Значит, в десятиугольнике можно провести диагоналей.

Аналогично найдём число диагоналей в правильном пятиугольнике:

.....
.....
Теперь можно ответить на вопрос задачи.

Ответ:

6. Из двенадцати видов газет, продающихся в киоске, Андрей решил выбрать три. Сколько возможностей такого выбора имеется у Андрея? Увеличится или уменьшится число возможностей выбора газет и на сколько, если Андрей купит не три, а четыре газеты различных наименований?

.....
.....
.....

Ответ:

7. Из двенадцати юношей и десяти девушек, прибывших на соревнование по биатлону, надо выделить двух юношей и двух девушек для участия в смешанной эстафете. Сколькими способами можно это сделать?

Решение. Двух юношей из можно выбрать способами, а двух девушек из можно выбрать способами. Составить команду для участия в смешанной эстафете можно способами.

.....
.....

Ответ:

II

8. Сколькими способами из 32 учащихся класса, в число которых входят 15 мальчиков, можно выделить для дежурства по школе трёх мальчиков и четырёх девочек?

.....
.....
.....
.....

Ответ:

9. На плоскости отметили несколько точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Андрей подсчитал, что через эти точки можно провести 105 прямых. Сколько точек отметили на плоскости?

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10. Староста класса подсчитал, что существует 351 способ выбора из учащихся класса двух его заместителей. Найдите число учащихся этого класса.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

11. При каком значении n число сочетаний из n элементов по 2 в 11 раз меньше числа сочетаний из $(n + 2)$ элементов по 4?

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

12. Решите уравнение:

$$9C_{n+1}^3 = 14C_{n+2}^2;$$

$$\frac{9(n+1)!}{3! \cdot (n-2)!} = \frac{14(n+2)!}{2! \cdot n!};$$

$$\frac{9(n-1)n(n+1)}{6} = \frac{14(n+1)(n+2)}{2};$$

$$3n(n-1) = 14(n+2);$$

$$3n^2 - 17n - 28 = 0;$$

$$n_1 = -\frac{4}{3} \text{ (не соответствует условию задачи); } n_2 = 7.$$

Ответ: 7.

$$a) C_{n+3}^2 = 0,8 C_{n+2}^3;$$

6) $C_n^2 + C_{n+1}^2 = 64$;

$$\text{B) } C_n^3 = 15(n-1) - C_n^2.$$

Ответ: а) б) в)

29. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ЧАСТОТА СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

I

1. В Рязани в некотором году в июне, июле и августе было 28 дождливых дней. Найдите относительную частоту дождливых дней в Рязани в это лето.

Общее число дней в указанный период равно

Частота дождливых дней равна

Относительная частота дождливых дней равна

2. Ниже приведён отрывок из стихотворения А. С. Пушкина:

Любви, надежды, тихой славы
Недолго нежил нас обман,
Исчезли юные забавы,
Как сон, как утренний туман.

Найдите относительную частоту появления в этом тексте слов, записанных пятью буквами.

Всего в этом тексте слов.

Пятью буквами записано слов.

Частота появления в тексте слов, записанных пятью буквами,

равна

Относительная частота появления в тексте слов, записанных

пятью буквами, равна

3. Выпишите четыре строки какого-либо стихотворения.

.....
.....
.....
.....

Заполните пропуски.

В тексте букв.

Буква «а» встречается раз, буква «у» встречается раз.

Относительная частота появления в тексте:

буквы «а» равна; буквы «у» равна

Относительная частота появления в тексте буквы «а» больше, чем буквы «у», на процентов.

4. При 20 бросаниях игрального кубика пять очков выпало 8 раз. Можно ли утверждать, что при 10 бросаниях этого кубика пять очков выпадет 4 раза?

Ответ:

5. В партии из 90 пакетов с семенами оказалось 9 пакетов, содержащих семена сорных растений. Какова относительная частота появления в этой партии пакетов, не содержащих семян сорных растений?

Ответ:

6. Учащиеся класса провели такой опыт. Каждый из них дома несколько раз бросал монету достоинством в 1 р. и подсчитывал, сколько раз при этом выпал орёл. Суммируя на следующий день результаты опытов, нашли, что при 312 бросаниях монеты орёл выпал 152 раза. Найдите относительную частоту выпадения орла в этом коллективном эксперименте.

Ответ:

II

7. Выпишите последовательность простых чисел в промежутке от 1 до 100.

.....
.....
.....

Заполните таблицу.

Промежуток	Частота появления простых чисел	Относительная частота появления простых чисел
[1; 10)		
[10; 20)		
[20; 30)		
[30; 40)		
[40; 50)		
[50; 60)		
[60; 70)		
[70; 80)		
[80; 90)		
[90; 100)		

Укажите промежутки, которым принадлежит:

а) наибольшее число простых чисел:

б) наименьшее число простых чисел:

8. При подготовке к соревнованиям по биатлону спортсмен произвёл несколько серий выстрелов из положения «лёжа» и показал следующее число попаданий в мишень в каждой серии из пяти выстрелов:

4, 5, 4, 3, 4, 4, 5, 4, 4, 5, 3.

Найдите относительную частоту попадания в цель для каждой серии из пяти выстрелов.

.....

.....

Какое предположение о результатах, которые спортсмен покажет на соревнованиях, можно высказать?

.....

9. Готовясь к соревнованиям по баскетболу, спортсмен на тренировке произвёл 12 штрафных бросков. При этом мяч 7 раз попал в корзину. Какова относительная частота удачных бросков спортсмена на этой тренировке? Может ли случиться так, что, выполняя на соревнованиях 4 штрафных броска, он ни разу не попадёт в корзину? Поясните свой ответ.

10. Многократная проверка показала, что в партии, содержащей более 1000 велосипедов, относительная частота появления велосипедов с дефектами равна 2%. Решили проверить 2500 велосипедов. Какое предположение о числе велосипедов с дефектами в этой партии можно сделать?

30. ВЕРОЯТНОСТЬ РАВНОВОЗМОЖНЫХ СОБЫТИЙ

I

1. Напомним известное вам стихотворение:

В лесу родилась ёлочка,
В лесу она росла,
Зимой и летом стройная,
Зелёная была.
Метель ей пела песенку:
«Спи, ёлочка, бай, бай»,
Мороз снежком укутывал:
«Смотри не замерзай».
Трусишка зайка серенький
Под ёлочкой скакал.
Порою волк, сердитый волк,
Рысцою пробегал.

Для каждого события, о котором говорится в тексте, укажите, является ли оно вероятным, достоверным или невозможным.

2. На полке стоит 6 учебников алгебры, 4 учебника геометрии и 5 учебников физики. В темноте наугад берут один учебник. Какова вероятность того, что это не будет учебник физики?

Решение. Число равновозможных исходов равно

Число благоприятных исходов равно

Вероятность события равна

Ответ:

3. На пяти карточках были записаны буквы «к», «л», «н», «о», «у». Карточки перевернули, перемешали, положили в ряд и открыли. Какова вероятность того, что получилось слово «кулон», «клоун» или «уклон»?

.....

.....

Ответ:

4. В непрозрачном пакете лежат жетоны с номерами 2, 3, 4, 5. Вынимают последовательно два жетона и прочитывают записанное на каждом из них число. Какова вероятность того, что на обоих жетонах записаны простые числа?

Решение. Выпишем все равновозможные исходы:

.....

Выпишем все благоприятные для данного события исходы:

.....

Вычислим вероятность события:

Ответ:

5. В треугольнике ABC проведена средняя линия DE . Какова вероятность того, что случайным образом выбранная точка треугольника окажется принадлежащей четырёхугольнику $ADEC$?

.....

.....

Ответ:

6. В доме, где проживает Сергей, 50 квартир. Какова вероятность того, что в номере его квартиры отсутствует цифра 5? Решите задачу двумя указанными способами.

Решение. 1-й способ

Выпишем номера всех квартир, в которых отсутствует цифра 5:

.....

.....

.....

.....

Вычислим вероятность события «в номере квартиры отсутствует цифра 5»:

2-й способ

Выпишем номера квартир, в которых присутствует цифра 5:

.....

.....

.....

.....

Вычислим вероятность события «в номере квартиры присутствует цифра 5»:

Найдём ответ на вопрос задачи, воспользовавшись свойством вероятностей противоположных событий:

.....

Какой способ решения данной задачи является, на ваш взгляд, предпочтительным?

.....

7. У Кати и Лены имеются пакеты, в которых лежат четыре пуговицы: две белые и две красные. Девочки одновременно достают по одной пуговице. Какова вероятность того, что обе вынутые пуговицы красные?

.....

.....

.....

Ответ:

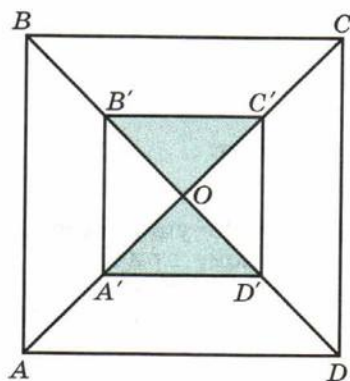
8. Одновременно бросают белый и чёрный игральные кубики. Какова вероятность того, что на белом кубике выпадет больше очков, чем на чёрном? (При необходимости используйте приведённую в учебнике таблицу равновозможных исходов опыта с одновременным бросанием двух кубиков.)

Решение. Число равновозможных исходов равно

Число благоприятных исходов равно

Вероятность события равна

9. В квадрате $ABCD$ точки A' , B' , C' , D' являются серединами отрезков AO , BO , CO , DO , где O — точка пересечения диагоналей. Определите, какова вероятность того, что случайным образом выбранная точка квадрата принадлежит закрашенной фигуре.



Ответ:

10. Из 30 учащихся класса 14 девочек. По жребию выбирают двух дежурных по школе. Какова вероятность того, что будут выбраны два мальчика?

Решение. Выбрать двух учащихся из 30 можно C_{30}^2 способами, где

$C_{30}^2 = \dots$. В классе учатся мальчиков.

Выбрать из них двух мальчиков можно способами.

Значит, вероятность выбора двух мальчиков равна

Ответ:

11. В пачке находится 25 тетрадей с одинаковым количеством листов. Из них 16 тетрадей в линейку, а остальные — в клетку. Наугад берут 4 тетради. Какова вероятность того, что все они окажутся тетрадями в клетку?

Решение. Число равновозможных исходов при выборе 4 тетрадей равно В пачке находится тетрадей в клетку. Значит, число благоприятных исходов при выборе 4 тетрадей равно Искомая вероятность равна

.....

.....

.....

Ответ:

12. Из 30 учащихся класса каждый занимается спортом или музыкой, причём 18 учащихся занимаются спортом, а 15 — музыкой. Какова вероятность того, что наугад выбранный учащийся этого класса занимается и спортом, и музыкой?
-
-
-
-
-

Ответ:

Содержание

Предисловие	3
Глава III. Уравнения и неравенства с двумя переменными	4
14. Уравнение с двумя переменными и его график	—
15. Графический способ решения систем уравнений	11
16. Решение систем уравнений второй степени	17
17. Решение задач с помощью систем уравнений второй степени	24
18. Неравенства с двумя переменными	32
19. Системы неравенств с двумя переменными	39
Глава IV. Арифметическая и геометрическая прогрессии	45
20. Последовательности	—
21. Определение арифметической прогрессии. Формула n -го члена арифметической прогрессии	51
22. Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии	57
23. Определение геометрической прогрессии. Формула n -го члена геометрической прогрессии	62
24. Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии	67
Глава V. Элементы комбинаторики и теории вероятностей	72
25. Примеры комбинаторных задач	—
26. Перестановки	75
27. Размещения	79
28. Сочетания	82
29. Относительная частота случайного события	87
30. Вероятность равновозможных событий	90

Учебное издание

Миндюк Нора Григорьевна
Шлыкova Инга Соломоновна

АЛГЕБРА

Рабочая тетрадь

9 класс

Пособие для учащихся общеобразовательных организаций
В двух частях

Часть 2

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*

Редактор *Т. Г. Войлокова*

Младший редактор *Е. А. Андреевкова*

Художественный редактор *О. П. Богомолова*

Компьютерная графика *С. А. Крутикова*

Технический редактор и верстальщик *Т. М. Якутович*

Корректоры *М. А. Терентьева, Т. А. Лебедева*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 13.06.13. Формат 70 × 90^{1/16}. Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookC SP. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 2,71. Доп. тираж 7000 экз. Заказ № 37527 (П-см).

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в филиале «Смоленский полиграфический комбинат»

ОАО «Издательство «Высшая школа».

214020, Смоленск, ул. Смольянинова, 1.

Тел.: +7 (4812) 31-11-96. Факс: +7 (4812) 31-31-70

E-mail: aprk@smolpk.ru <http://www.smolpk.ru>